1500 - نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E): \; y' - 2xy = e^{x^2}\sin x$

لتكن $F$ دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$

بحيث : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad F(x) = e^{x^2} f(x)$

1] بيّن أن $F$ تكون حلاً للمعادلة التفاضلية $(E)$ إذا وفقط إذا كان: $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f'(x) = \sin x$

2] استنتج حلول المعادلة التفاضلية $(E)$.

1499 - نعتبر المعادلة التفاضلية $(E) : \quad y' - 2y = \dfrac{-2}{1+e^{-2x}}$

1) حدّد الدالة $\varphi$ القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث :

$$\begin{cases} (\forall x \in \mathbb{R})\ \varphi'(x) - 2\varphi(x) = 0 \\ \varphi(0) = 1 \end{cases}$$

2) لتكن $f$ دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة $\tilde{f}$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\tilde{f}(x) = f(x)\, e^{-2x}$

أ) بيّن أن $f$ تكون حلاً للمعادلة التفاضلية $(E)$ إذا وفقط إذا كان :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad (\tilde{f})'(x) = \frac{-2}{1+e^{2x}}$$

ب) حدد حلول المعادلة التفاضلية $(E)$.

150 - نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E_m) : \; y'' + y' + my = 0$

حيث $m$ عدد حقيقي .

1] حل المعادلات التفاضلية $(E_{\frac{1}{4}})$ و $(E_2)$ و $(E_{-2})$ .

2] حدد دالة عددية $f$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث :

$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f''(x) + f'(x) - 2f(x) = 0$ ، $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$

حل المعادلة التفاضلية : $(E) : \; y'' - 4y' + 4y = (x^3 + x)e^{2x}$

1505 - حل المعادلة التفاضلية : $(E): \; y'' + y' + \frac{1}{2} y = \sin x$

- 166 لتكن $f$ دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وتحقق :

$$(\forall x\in\mathbb{R}) \quad f'(x)-f(x)=2\int_0^x f(t)\,dt \quad \text{و} \quad f(0)=f'(0)=1$$

وليكن $\mathcal{C}$ منحنى $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدته $2cm$.

1] أ) بين أن $f$ قابلة للاشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$.

ب) بيّن أن $f$ حل للمعادلة التفاضلية : $(E):\quad y''-y'-2y=0$

2] أ) حل المعادلة التفاضلية $(E)$ :

ب) استنتج أن : $(\forall x\in\mathbb{R}) \quad f(x)=\frac{2}{3}e^{2x}+\frac{1}{3}e^{-x}$

3] أ) ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $\mathcal{C}$.

ب) ادرس تغيرات $f$ على $\mathbb{R}$.

ج) ارسم $\mathcal{C}$.

4] احسب بـ $cm^2$ مساحة السطح المحصور بالمنحنى $\mathcal{C}$ ومحوري الأفاصيل والأراتيب والمستقيم الذي معادلته $x=1$.

5] لكل $n$ من $\mathbb{N}$ ، نضع : $u_n=\int_0^1\frac{f(t)}{1+nt}\,dt$

أ) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \quad 0\leq u_n\leq f(1)\int_0^1\frac{1}{1+nt}\,dt$

ب) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

6] لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$ ، نضع : $\alpha_n=\frac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n-1}\frac{4e^{\frac{3k}{n}}-1}{e^{\frac{3k}{n}}+1}$

أ) بيّن أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*) \quad \alpha_n=\frac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n-1}\frac{f'\left(\frac{k}{n}\right)}{f\left(\frac{k}{n}\right)}$

ب) استنتج تقارب المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq1}$ وحدد نهايتها.